



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
81<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”  
6 Νοεμβρίου 2020

Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 5)**

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = \left( \frac{(-6)^{17}}{(-3)^{16}} + \frac{(-12)^{16}}{6^{15}} + 2^0 \right) \cdot \left( \frac{(-8)^{31}}{4^{31}} + \frac{(-20)^{31}}{(-10)^{31}} + 2020 \right).$$

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**

Οι ομάδες μπάσκετ δώδεκα Γυμνασίων της Αθήνας παίρνουν μέρος σε ένα σχολικό πρωτάθλημα μπάσκετ. Κάθε μία ομάδα θα παίξει με όλες τις υπόλοιπες ομάδες μία μόνο φορά. Σε κάθε αγωνιστική ημέρα οι ομάδες θα παίζουν την ίδια ώρα ανά ζεύγη και θα έχουμε 6 αγώνες. Μετά το τέλος κάθε αγωνιστικής θα βγαίνει η βαθμολογία σε φθίνουσα σειρά σύμφωνα με τους βαθμούς που θα έχει κάθε ομάδα. Στο σύστημα βαθμολογίας των ομάδων η νίκη παίρνει έναν βαθμό, η ήττα μηδέν βαθμούς και δεν υπάρχει ισοπαλία. Υπάρχει αγωνιστική ημέρα μετά το τέλος της οποίας η βαθμολογία που θα βγει θα δίνει σε κάθε ομάδα διαφορετικούς βαθμούς από όλες τις άλλες ομάδες;

**Πρόβλημα 3 (μονάδες 8)**

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες AB και ΗΓ είναι παράλληλες και οι ευθείες ΒΓ και ΑΗ είναι παράλληλες. Το σημείο Δ ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ και οι ευθείες ΑΔ και ΒΗ τέμνονται στο σημείο Ζ έτσι ώστε να ισχύει:

$$AZ = B\Gamma.$$

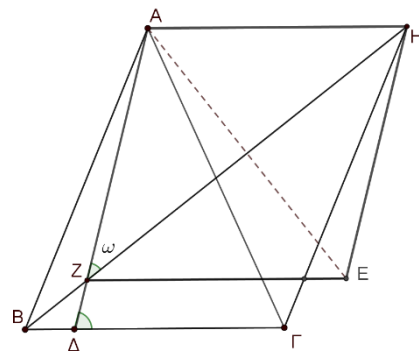
Επίσης οι ευθείες ΑΔ και ΗΕ είναι παράλληλες και οι ευθείες ΖΕ και ΑΗ είναι παράλληλες.

Αν  $\hat{A}\hat{Z}H = \omega$ , τότε:

(α) Να βρείτε τη γωνία  $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}Z$  συναρτήσει του  $\omega$ .

(β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΑΕ και ΖΗ είναι κάθετες.

(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας σχήμα)



Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
81<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”  
6 Νοεμβρίου 2020

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1 (μονάδες 5)**

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

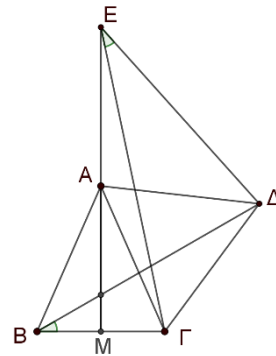
$$A = \left( \frac{(-3)^{-7}}{(-6)^{-6}} + \frac{(-6)^{-8}}{12^{-7}} + 20^0 \right) \cdot \left( \frac{(-10)^{-35}}{5^{-35}} + \frac{(-22)^{-35}}{(-11)^{-35}} + 2021 \right).$$

**Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma > B\Gamma$ .  
Εξωτερικά του τριγώνου  $AB\Gamma$  θεωρούμε ισόπλευρο  
τρίγωνο  $A\Gamma\Delta$ . Προεκτείνουμε τη διάμεσο  $AM$  του  
τριγώνου  $AB\Gamma$  προς το μέρος του  $A$  κατά τμήμα  $AE = AB$ .  
Να αποδείξετε ότι:

$$\widehat{DB\Gamma} = \widehat{GE\Delta} = 30^\circ.$$

(Σημείωση: Να σχεδιάσετε στην κόλλα σας το δικό σας  
σχήμα)



**Πρόβλημα 3 (μονάδες 8)**

Σε μία παρέα κάποια μέλη της αποτελούν την ομάδα  $M$  που αγαπάει τα Μαθηματικά,  
ενώ τα υπόλοιπα μέλη αποτελούν την ομάδα  $\Phi$  που αγαπάει τη Φυσική. Ο μέσος όρος  
των ηλικιών των μελών που αγαπούν τα Μαθηματικά είναι 25 χρόνια, ενώ αυτών που  
αγαπούν τη Φυσική είναι 35 χρόνια. Όμως δύο μέλη της ομάδας  $\Phi$  δήλωσαν ότι πλέον  
άλλαξαν προτίμηση και ζήτησαν να ενταχθούν στην ομάδα  $M$ . Τότε ο μέσος όρος των  
ηλικιών της ομάδας  $M$  έγινε 27, ενώ ο μέσος όρος των ηλικιών της ομάδας  $\Phi$  έγινε 37.  
Να βρείτε πόσα μέλη είχε συνολικά η παρέα και να δώσετε ένα παράδειγμα μιας  
τέτοιας παρέας.

**Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες**

**Καλή επιτυχία!**